

空間認識力を育成するための結び目の教材開発

ここでの「空間認識力」とは特に位置関係に関するもので、2次元に表された図から、3次元空間における辺や面の前後や上下の位置関係を読み取り、その図をもとに反対側から見たときの前後・左右の位置関係を想像して図に表したり、一部を変形したりしたときの位置関係を想像したりする力を意味するものとする。そして、そのような力の育成のための「結び目の数学」をもとにした教材開発について紹介する。

1. 空間認識力に関する一つの調査

上記のような空間認識力に関して、小学校1年生から中学校3年生(計1441人)に図1のような調査を行った。

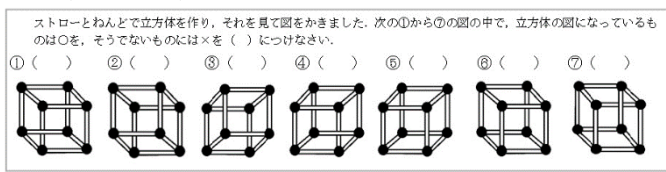


図1

問題の図①～⑦の中で、立方体の図になるものは図②,③,⑤,⑥であるが、図②,③の正答率は中学校2年生までは35%以下、中学校3年生で40%程度と際立って低いことが分かった。その原因の一つは、図⑤のような視点から見た見取り図は見慣れている一方で、図②,③のような視点から見た見取り図は見慣れていないことにあるのではないかと考えられる。したがって、空間図形を様々な視点から観察し表現することが前述のような空間認識力を育てることにつながるのではないかと考えた。

2. 結び目の数学における「結び目」

まず、結び目の数学における「結び目」を簡単に紹介する。例えば1本のひもを図2左のように結んでみる。このままでは端からひもをほどくことができるので、結び目のない1本のひもと区別することができなくなる。そこで、図2bのようにひもの両端をつないだものを「結び目」とする。また、結び目を図で表すとき、図3のように射影した平面に近い方の曲線を途切れてかくことによりひもの上下を表すことにする。

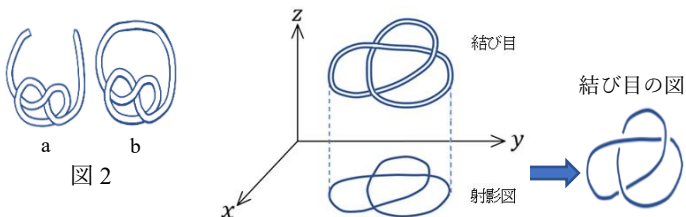


図3

参考文献

- 柳本朋子・東尾晃世ほか(2021) 空間図形の教材としての結び目 数学教育研究第50号 1-17
- 河内明夫・柳本朋子編(2009) 「結び目の数学教育」への導入—小学生・中学生・高校生を対象として— 第3号

さらに、2つの結び目があるとき、ひもをあやとりの要領で変形して同じ形にできるならば、それらは「同じ結び目」という(図4)。結び目の数学では、与えられた2つの結び目が同じかどうかを判定することが研究目的の一つである。



図4: 同じ結び目 a と b

3. 空間図形の教材としての「結び目」

結び目の図はひもの上下の位置関係だけで奥行きを表現することができるため、3交点程度の結び目なら小学生にとっては立方体よりも図表現しやすい²⁾。そこで、一つの結び目を様々な視点から見て図表現したり、“与えられた2つの結び目が同じかどうか”について実際の結び目や図をもとに初等的に考察する等の結び目の教材を開発し、実践を行ってきた。以下にいくつかの教材例を示す。

(1) 一つの結び目を様々な視点から観察する

例



(子どもの図)

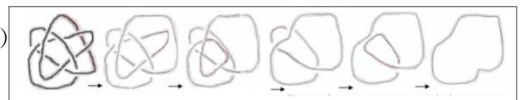


(2) 結び目をほどく様子を図で表す

問題例



(子どもの図)

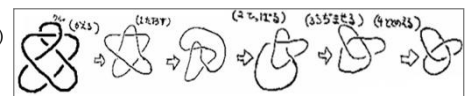


(3) 同じ結び目を見つけ、変形して同じになる様子を図で表す

問題例



(子どもの図)



(4) できるだけ少ない回数で結び目の図の交差の上下を入れ替えてほめる結び目にする。

(子どもの図)

