

東洋の約数と剩余方程式の概念 グローバル的視点より見た13世紀数学書群の和算への影響

1. 研究の目的

近年、生徒・児童の理系離れが問題になっており、技術立国・日本の基礎が揺るぎかねない状態である。そこで、こうした生徒・児童に自然科学（や形式科学）の歴史を伝えることによって、興味を喚起するのは、教員養成系大学が使命であろう。しかし、ギリシアを始めとする欧米の科学史では、神話のような世界であり、生徒・児童にとってはかけ離れすぎている。身近な科学史を伝えるべきである。

しかし、こうした民族的科学史は、往々にして、歪んだ形の民族主義と結びつきやすいことも事実である。

そこで、東洋数学における約数の観念を例に、違いの中にある同じ真理への探究の道筋を見てみたい。13世紀の中国数学書群を通じて中国古代の観念が、日本へどのように伝わり「近世」科学へどのように影響を見たらしたのか考察してみたい。

2. 研究方法

斎藤元章（1765–1812）の『算法諸約術』（1805年）の再考

秦九韶（1202–1261）の『数書九章』（1247年）からの変遷

時間（パラダイム・チェンジ）科学革命 時間軸 < 1780年代に変化？
空間（センター・シフト） 空間軸 < 中国数学から和算へ
文明論（パラダイム・スキップ） 社会軸 < 算盤数学期間が短期
の差異を考慮して各時代を考察。

3 中国の剩余方程式の概要

『孫子算經』（孫子、473年頃）卷下「物不知其數」

（百五減（『塵劫記』）、翦管術（『楊輝算法』『括要算法』）

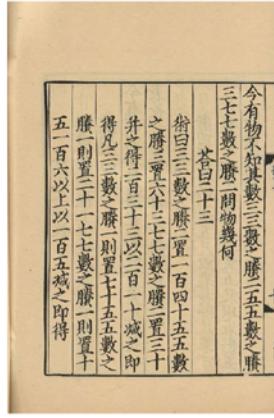


図1『孫子算經』復刻本（城地茂蔵）



図2『括要算法』翦管術（城地茂蔵）

今有物，不知其數。三三數之，賸二；五五數之，賸三；七七數之，賸二。問：物幾何？答曰：二十三。

術曰：三三數之，賸二，置一百四十；五五數之，賸三，置六十三；七七數之，賸二，置三十。并之，得二百三十三，以二百一十減之，即得。凡三三數之，賸一，則置七十；五五數之，賸一，則置二十一；七七數之，賸一，則置十五。一百六以上，以一百五減之，即得。

物があるが、その数は分からぬ。3、3と数えてゆく（3で割る）と2余り、5、5と数えてゆくと3余り、7、7と数えてゆくと2余る。その数は幾らになるかを問う。

答に曰く：23。

術に曰く。3で割る余りは2で、 $140 (2 \times 5 \times 7 \times 2)$ とする。5で割る余りは3で、 $63 (3 \times 3 \times 7)$ とする。7で割る余りは2で、 $30 (2 \times 3 \times 5)$ とする。これを足して233になる。210を引いて、答えが得られる。

およそ、3の余りは1につき70 ($5 \times 7 \times 2$)、5の余りは1につ

き15 (3×7)、7の余りは1につき15 (3×5) になる。106以上になったら、105を引き、答えが得られる。

目的：天文学（上元積年）の計算

上元の条件：干支（60の剰余）、11（旧暦）月1日が冬至（365.25の剰余）、などから閏年の年を計算。

$$\begin{aligned} x &\equiv 2 \pmod{3} \\ &\equiv 3 \pmod{5} \\ &\equiv 2 \pmod{7} \\ x = 2 \times 5 \times 7 \times 2 + 3 \times 3 \times 7 \times 1 + 2 \times 3 \times 5 \times 1 \\ 2 \times 5 \times 7 \times 2 &\equiv 2 \pmod{3} \equiv 0 \pmod{5} \equiv 0 \pmod{7} \\ 3 \times 3 \times 7 \times 1 &\equiv 0 \pmod{3} \equiv 3 \pmod{5} \equiv 0 \pmod{7} \\ 2 \times 3 \times 5 \times 1 &\equiv 0 \pmod{3} \equiv 0 \pmod{5} \equiv 2 \pmod{7} \\ k, m_0 &\equiv 1 \pmod{a_n} \quad (m_0 = \prod a_i / a_n) \end{aligned}$$

の計算が課題。

秦九韶が解明：『数書九章』（秦九韶、1247年）「更相減損」法で計算 < 大衍求一術

$$\begin{aligned} 35K_3 &\equiv 1 \pmod{3} \\ 35 \div 3 &= 11 \text{余り } 2 \\ 3 \div 2 &= 1 \text{余り } 1 \\ 1 &= 3 - 2 \times 1 \\ 2 &= 35 - 3 \times 11 \\ 1 &= 3 - (35 - 3 \times 11) \times 1 \\ &= 3 \times 12 + 35 \times (-1) \\ 35 \times (-1) &\equiv 1 \pmod{3} \quad < \text{歎一術（或胸一術）} \\ 35 \times (-1) + 35 \times 3 &\equiv 1 \pmod{3} \\ 35 \times 2 &\equiv 1 \pmod{3} \end{aligned}$$

kが求まるためには、

- 1 割る数が互いに素
- 2 最小公倍数が不变

↓

約数の研究

4 和算での発展

『数書九章』は関孝和以前に伝来せず？ < ただし、計算方式は同じ

表1 13世紀以後の諸約術

書名	数書九章	楊輝算法	括要算法	大成算經	諸伝	算法諸約術	算法諸約術
著者	秦九韶	楊輝	開孝和	開孝和	戸板保佑	会田安明	斎藤元章
著者			荒木村英、 大高畠昌	建部賀明、 建部賀弘			
年	1247年	1275年	1709年編、 1712年刊	1710年	1777年	1804年頃	1805年
						1自約法	2-10自約術 2-10自約術 素因数分解
							2-11別自約術
復集			1互約術 2互約術 3互約術 3齊約術 4通約術	1互約術 2互約術 3互約法 3齊約法 4齊約法	2互約術 3互約術 4互約術 5通約法	1-1互約術 1-2互約術 1-3互約術 1-4互約術 1-5互約術 2-1互約術 2-2互約術 2-3互約術 2-4互約術 2-5互約術 2-6互約術 2-7互約術 2-8互約術 2-9互約術 2-10互約術 2-11互約術 2-12互約術 2-13互約術 2-14互約術 2-15互約術 2-16互約術 2-17互約術 2-18互約術 2-19互約術 2-20互約術 2-21互約術 2-22互約術 2-23互約術 2-24互約術 2-25互約術 2-26互約術 2-27互約術 2-28互約術 2-29互約術 2-30互約術 2-31互約術 2-32互約術 2-33互約術 2-34互約術 2-35互約術 2-36互約術 2-37互約術 2-38互約術 2-39互約術 2-40互約術 2-41互約術 2-42互約術 2-43互約術 2-44互約術 2-45互約術 2-46互約術 2-47互約術 2-48互約術 2-49互約術 2-50互約術 2-51互約術 2-52互約術 2-53互約術 2-54互約術 2-55互約術 2-56互約術 2-57互約術 2-58互約術 2-59互約術 2-60互約術 2-61互約術 2-62互約術 2-63互約術 2-64互約術 2-65互約術 2-66互約術 2-67互約術 2-68互約術 2-69互約術 2-70互約術 2-71互約術 2-72互約術 2-73互約術 2-74互約術 2-75互約術 2-76互約術 2-77互約術 2-78互約術 2-79互約術 2-80互約術 2-81互約術 2-82互約術 2-83互約術 2-84互約術 2-85互約術 2-86互約術 2-87互約術 2-88互約術 2-89互約術 2-90互約術 2-91互約術 2-92互約術 2-93互約術 2-94互約術 2-95互約術 2-96互約術 2-97互約術 2-98互約術 2-99互約術 2-100互約術 2-101互約術 2-102互約術 2-103互約術 2-104互約術 2-105互約術 2-106互約術 2-107互約術 2-108互約術 2-109互約術 2-110互約術 2-111互約術 2-112互約術 2-113互約術 2-114互約術 2-115互約術 2-116互約術 2-117互約術 2-118互約術 2-119互約術 2-120互約術 2-121互約術 2-122互約術 2-123互約術 2-124互約術 2-125互約術 2-126互約術 2-127互約術 2-128互約術 2-129互約術 2-130互約術 2-131互約術 2-132互約術 2-133互約術 2-134互約術 2-135互約術 2-136互約術 2-137互約術 2-138互約術 2-139互約術 2-140互約術 2-141互約術 2-142互約術 2-143互約術 2-144互約術 2-145互約術 2-146互約術 2-147互約術 2-148互約術 2-149互約術 2-150互約術 2-151互約術 2-152互約術 2-153互約術 2-154互約術 2-155互約術 2-156互約術 2-157互約術 2-158互約術 2-159互約術 2-160互約術 2-161互約術 2-162互約術 2-163互約術 2-164互約術 2-165互約術 2-166互約術 2-167互約術 2-168互約術 2-169互約術 2-170互約術 2-171互約術 2-172互約術 2-173互約術 2-174互約術 2-175互約術 2-176互約術 2-177互約術 2-178互約術 2-179互約術 2-180互約術 2-181互約術 2-182互約術 2-183互約術 2-184互約術 2-185互約術 2-186互約術 2-187互約術 2-188互約術 2-189互約術 2-190互約術 2-191互約術 2-192互約術 2-193互約術 2-194互約術 2-195互約術 2-196互約術 2-197互約術 2-198互約術 2-199互約術 2-200互約術 2-201互約術 2-202互約術 2-203互約術 2-204互約術 2-205互約術 2-206互約術 2-207互約術 2-208互約術 2-209互約術 2-210互約術 2-211互約術 2-212互約術 2-213互約術 2-214互約術 2-215互約術 2-216互約術 2-217互約術 2-218互約術 2-219互約術 2-220互約術 2-221互約術 2-222互約術 2-223互約術 2-224互約術 2-225互約術 2-226互約術 2-227互約術 2-228互約術 2-229互約術 2-230互約術 2-231互約術 2-232互約術 2-233互約術 2-234互約術 2-235互約術 2-236互約術 2-237互約術 2-238互約術 2-239互約術 2-240互約術 2-241互約術 2-242互約術 2-243互約術 2-244互約術 2-245互約術 2-246互約術 2-247互約術 2-248互約術 2-249互約術 2-250互約術 2-251互約術 2-252互約術 2-253互約術 2-254互約術 2-255互約術 2-256互約術 2-257互約術 2-258互約術 2-259互約術 2-260互約術 2-261互約術 2-262互約術 2-263互約術 2-264互約術 2-265互約術 2-266互約術 2-267互約術 2-268互約術 2-269互約術 2-270互約術 2-271互約術 2-272互約術 2-273互約術 2-274互約術 2-275互約術 2-276互約術 2-277互約術 2-278互約術 2-279互約術 2-280互約術 2-281互約術 2-282互約術 2-283互約術 2-284互約術 2-285互約術 2-286互約術 2-287互約術 2-288互約術 2-289互約術 2-290互約術 2-291互約術 2-292互約術 2-293互約術 2-294互約術 2-295互約術 2-296互約術 2-297互約術 2-298互約術 2-299互約術 2-300互約術 2-301互約術 2-302互約術 2-303互約術 2-304互約術 2-305互約術 2-306互約術 2-307互約術 2-308互約術 2-309互約術 2-310互約術 2-311互約術 2-312互約術 2-313互約術 2-314互約術 2-315互約術 2-316互約術 2-317互約術 2-318互約術 2-319互約術 2-320互約術 2-321互約術 2-322互約術 2-323互約術 2-324互約術 2-325互約術 2-326互約術 2-327互約術 2-328互約術 2-329互約術 2-330互約術 2-331互約術 2-332互約術 2-333互約術 2-334互約術 2-335互約術 2-336互約術 2-337互約術 2-338互約術 2-339互約術 2-340互約術 2-341互約術 2-342互約術 2-343互約術 2-344互約術 2-345互約術 2-346互約術 2-347互約術 2-348互約術 2-349互約術 2-350互約術 2-351互約術 2-352互約術 2-353互約術 2-354互約術 2-355互約術 2-356互約術 2-357互約術 2-358互約術 2-359互約術 2-360互約術 2-361互約術 2-362互約術 2-363互約術 2-364互約術 2-365互約術 2-366互約術 2-367互約術 2-368互約術 2-369互約術 2-370互約術 2-371互約術 2-372互約術 2-373互約術 2-374互約術 2-375互約術 2-376互約術 2-377互約術 2-378互約術 2-379互約術 2-380互約術 2-381互約術 2-382互約術 2-383互約術 2-384互約術 2-385互約術 2-386互約術 2-387互約術 2-388互約術 2-389互約術 2-390互約術 2-391互約術 2-392互約術 2-393互約術 2-394互約術 2-395互約術 2-396互約術 2-397互約術 2-398互約術 2-399互約術 2-400互約術 2-401互約術 2-402互約術 2-403互約術 2-404互約術 2-405互約術 2-406互約術 2-407互約術 2-408互約術 2-409互約術 2-410互約術 2-411互約術 2-412互約術 2-413互約術 2-414互約術 2-415互約術 2-416互約術 2-417互約術 2-418互約術 2-419互約術 2-420互約術 2-421互約術 2-422互約術 2-423互約術 2-424互約術 2-425互約術 2-426互約術 2-427互約術 2-428互約術 2-429互約術 2-430互約術 2-431互約術 2-432互約術 2-433互約術 2-434互約術 2-435互約術 2-436互約術 2-437互約術 2-438互約術 2-439互約術 2-440互約術 2-441互約術 2-442互約術 2-443互約術 2-444互約術 2-445互約術 2-446互約術 2-447互約術 2-448互約術 2-449互約術 2-450互約術 2-451互約術 2-452互約術 2-453互約術 2-454互約術 2-455互約術 2-456互約術 2-457互約術 2-458互約術 2-459互約術 2-460互約術 2-461互約術 2-462互約術 2-463互約術 2-464互約術 2-465互約術 2-466互約術 2-467互約術 2-468互約術 2-469互約術 2-470互約術 2-471互約術 2-472互約術 2-473互約術 2-474互約術 2-475互約術 2-476互約術 2-477互約術 2-478互約術 2-479互約術 2-480互約術 2-481互約術 2-482互約術 2-483互約術 2-484互約術 2-485互約術 2-486互約術 2-487互約術 2-488互約術 2-489互約術 2-490互約術 2-491互約術 2-492互約術 2-493互約術 2-494互約術 2-495互約術 2-496互約術 2-497互約術 2-498互約術 2-499互約術 2-500互約術 2-501互約術 2-502互約術 2-503互約術 2-504互約術 2-505互約術 2-506互約術 2-507互約術 2-508互約術 2-509互約術 2-510互約術 2-511互約術 2-512互約術 2-513互約術 2-514互約術 2-515互約術 2-516互約術 2-517互約術 2-518互約術 2-519互約術 2-520互約術 2-521互約術 2-522互約術 2-523互約術 2-524互約術 2-525互約術 2-526互約術 2-527互約術 2-528互約術 2-529互約術 2-530互約術 2-531互約術 2-532互約術 2-533互約術 2-534互約術 2-535互約術 2-536互約術 2-537互約術 2-538互約術 2-539互約術 2-540互約術 2-541互約術 2-542互約術 2-543互約術 2-544互約術 2-545互約術 2-546互約術 2-547互約術 2-548互約術 2-549互約術 2-550互約術 2-551互約術 2-552互約術 2-553互約術 2-554互約術 2-555互約術 2-556互約術 2-557互約術 2-558互約術 2-559互約術 2-560互約術 2-561互約術 2-562互約術 2-563互約術 2-564互約術 2-565互約術 2-566互約術 2-567互約術 2-568互約術 2-569互約術 2-570互約術 2-571互約術 2-572互約術 2-573互約術 2-574互約術 2-575互約術 2-576互約術 2-577互約術 2-578互約術 2-579互約術 2-580互約術 2-581互約術 2-582互約術 2-583互約術 2-584互約術 2-585互約術 2-586互約術 2-587互約術 2-588互約術 2-589互約術 2-590互約術 2-591互約術 2-592互約術 2-593互約術 2-594互約術 2-595互約術 2-596互約術 2-597互約術 2-598互約術 2-599互約術 2-600互約術 2-601互約術 2-602互約術 2-603互約術 2-604互約術 2-605互約術 2-606互約術 2-607互約術 2-608互約術 2-609互約術 2-610互約術 2-611互約術 2-612互約術 2-613互約術 2-614互約術 2-615互約術 2-616互約術 2-617互約術 2-618互約術 2-619互約術 2-620互約術 2-621互約術 2-622互約術 2-623互約術 2-624互約術 2-625互約術 2-626互約術 2-627互約術 2-628互約術 2-629互約術 2-630互約術 2-631互約術 2-632互約術 2-633互約術 2-634互約術 2-635互約術 2-636互約術 2-637互約術 2-638互約術 2-639互約術 2-640互約術 2-641互約術 2-642互約術 2-643互約術 2-644互約術 2-645互約術 2-646互約術 2-647互約術 2-648互約術 2-649互約術 2-650互約術 2-651互約術 2-652互約術 2-653互約術 2-654互約術 2-655互約術 2-656互約術 2-657互約術 2-658互約術 2-659互約術 2-660互約術 2-661互約術 2-662互約術 2-663互約術 2-664互約術 2-665互約術 2-666互約術 2-667互約術 2-668互約術 2-669互約術 2-670互約術 2-671互約術 2-672互約術 2-673互約術 2-674互約術 2-675互約術 2-676互約術 2-677互約術 2-678互約術 2-679互約術 2-680互約術 2-681互約術 2-682互約術 2-683互約術 2-684互約術 2-685互約術 2-686互約術 2-687互約術 2-688互約術 2-689互約術 2-690互約術 2-691互約術 2-692互約術 2-693互約術 2-694互約術 2-695互約術 2-696互約術 2-697互約術 2-698互約術 2-699互約術 2-700互約術 2-701互約術 2-702互約術 2-703互約術 2-704互約術 2-705互約術 2-706互約術 2-707互約術 2-708互約術 2-709互約術 2-710互約術 2-711互約術 2-712互約術 2-713互約術 2-714互約術 2-715互約術 2-716互約術 2-717互約術 2-718互約術 2-719互約術 2-720互約術 2-721互約術 2-722互約術 2-723互約術 2-724互約術 2-725互約術 2-726互約術 2-727互約術 2-728互約術 2-729互約術 2-730互約術 2-731互約術 2-732互約術 2-733互約術 2-734互約術 2-735互約術 2-736互約術 2-737互約術 2-	