国立大学法人
大阪教育大学

グローバルセンター　城地　茂

東洋の約数と剰余方程式の概念
グローバル的視点より見た１３世紀数学書群の和算への影響

１．研究の目的

近年、生徒・児童の理系離れが問題になっており、技術立国・日本の基礎が揺るぎかねない状態である。そこで、こうした生徒・児童に自然科学（や形式科学）の歴史を伝えることによって、興味を喚起するのは、教員養成系大学が使命であろう。しかし、ギリシアを始めとする欧米の科学史では、神話のような世界であり、生徒・児童にとってはかけ離れすぎている。身近な科学史を伝えるべきである。

しかし、こうした民族的科学史は、往々にして、歪んだ形の民族主義と結びつきやすいことも事実である。

そこで、東洋数学における約数の観念を例に、違いの中にある同じ真理への探究の道筋を見てみたい。１３世紀の中国数学書群を通じて中国古代の観念が、日本へどのように伝わり「近世」科学へどのように影響を見たらしたのか考察してみたい。

2.研究方法

斎藤元章（1765−1812）の『算法諸約術』（1805 年）の再考
秦九韶（1202−1261）の『数書九章』（1247 年）からの変遷

時間（パラダイム・チェンジ）科学革命　時間軸　＜　1780 年代に変化？
空間（センター・シフト）　空間軸　＜　中国数学から和算へ
文明論（パラダイム・スキップ）　社会軸　＜　算盤数学期間が短期
の差異を考慮して各時代を考察。

3　中国の剰余方程式の概要

『孫子算経』（孫子、473 年頃）巻下「物不知其数」
（百五減（『塵劫記』）、翦管術（『楊輝算法』『括要算法』））

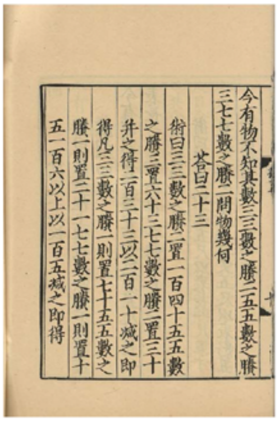
今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸三七七數之賸二問物幾何
答曰二十三
術曰三三數之賸二置一百四十五五數之賸三置六十三七七數之賸二置三十并之得二百三十三以二百一十減之即得
凡三三數之賸一則置七十五五數之賸一則置二十一七七數之賸一則置十五一百六以上以一百五減之即得

図１『孫子算経』復刻本（城地茂蔵）

図２『括要算法』翦管術（城地茂蔵）

今有物，不知其數。三三數之，賸二；五五數之，賸三；七七數之，賸二。問：物幾何？答曰：二十三。
術曰：三三數之，賸二，置一百四十；五五數之，賸三，置六十三；七七數之，賸二，置三十。并之，得二百三十三，以二百一十減之，即得。凡三三數之，賸一，則置七十；五五數之，賸一，則置二十一；七七數之，賸一，則置十五。一百六以上，以一百五 減之，即得。

物があるが、その数は分からない。3、3と数えてゆく（3で割る）と２余り、5、5と数えてゆくと３余り、7、7と数えてゆくと２余る。その数は幾らになるかを問う。
答に曰く：２３。
術に曰く。3で割る余りは2で、１４０（２×５×７×２）とする。５で割る余りは3で、６３（３×３×７）とする。7で割る余りは２で、３０（２×３×５）とする。これを足して２３３になる。２１０を引いて、答えが得られる。
およそ、3の余りは1につき７０（５×７×２）、5の余りは1につき１５（３×７）、7の余りは1につき１５（３×５）になる。１０６以上になったら、１０５を引き、答えが得られる。

目的：天文学（上元積年）の計算
上元の条件：干支（６０の剰余）、１１（旧暦）月１日が冬至（365.25 の剰余）、などから開闢の年を計算。

$$x \equiv 2 \pmod 3$$
$$\equiv 3 \pmod 5$$
$$\equiv 2 \pmod 7$$
$$x = 2\times5\times7\times2 + 3\times3\times7\times1 + 2\times3\times5\times1$$
$$2\times5\times7\times2 \equiv 2 \pmod 3 \equiv 0 \pmod 5 \equiv 0 \pmod 7$$
$$3\times3\times7\times1 \equiv 0 \pmod 3 \equiv 3 \pmod 5 \equiv 0 \pmod 7$$
$$2\times3\times5\times1 \equiv 0 \pmod 3 \equiv 0 \pmod 5 \equiv 2 \pmod 7$$
$$k_n\, m_n \equiv 1 \pmod{a_n} \qquad (m_n = \Pi a \ /\ a_n)$$

の計算が課題。
秦九韶が解明：『数書九章』（秦九韶、1247 年）「更相減損」法で計算　＜大衍求一術

$$35K_3 \equiv 1 \pmod 3$$
$$35 \div 3 = 11 \text{ 余り } 2$$
$$3 \div 2 = 1 \text{ 余り } 1$$
$$1 = 3-2\times 1$$
$$2 = 35-3\times11$$
$$1 = 3-(35-3\times11)\times1$$
$$= 3\times12 + 35\times(-1)$$
$$35\times(-1) \equiv 1 \pmod 3 \qquad \text{＜歎一術（或朒一術）}$$
$$35\times(-1) + 35\times3 \equiv 1 \pmod 3$$
$$35\times2 \equiv 1 \pmod 3$$

k が求まるためには、
1　割る数が互いに素
2　最小公倍数が不変
↓
約数の研究

4　和算での発展

『数書九章』は関孝和以前に伝来せず？＜ただし、計算方式は同じ

表１　１３世紀以後の諸約術

書名	数書九章	楊輝算法	括要算法	大成算経	諸約伝	算法諸約術	算法諸約術	
著者	秦九韶	楊輝	関孝和	関孝和	戸板保佑	会田安明	斎藤元章	
著者			荒木村英、大高由昌	建部賢明、建部賢弘				
年	1247年	1275年	1709年編、1712年刊	1710年	1777年	1804年頃	1805年	
					1自約法	2-10自約術	2-10自約術	素因数分解
							2-11別自約術	
	復乗		1互約術	1互約	2互約法	1-1互約術	2-1互約術	互いに素
			2逐約術	2逐約	3逐約法	1-2逐約術	2-2逐約術	３数以上の互約
			3斉約術	3斉約	4斉約法	1-3斉約術	1-2斉約術	最小公倍数
			4遍約術	4遍約	5遍約法	1-4遍約術	1-1遍約術	等数で約す
						2-2斉分術	1-4斉分術	通分
			5増約術	8増約	別1増約	2-3増約術	2-3増約術	無限級数
			6損約術	9損約	別2損約	2-4損約術	2-4損約術	無限級数を引
						2-5益約術	2-5益約術	増約の初項
						2-6減約術	2-6減約術	損約の初項
				10添約		2-7添約術	2-7添約術	増約の公比
						2-8削約術	2-8削約術	損約の公比
			7零約術	6零約	9零約法	2-9零約術	2-9零約術	近似分数
			8遍通術		6遍通法	2-1遍通術	1-3遍通術	通分の分母計算
							2-12別約術	ピタゴラス数
						2-12脱約術	2-8脱約術	方程式の約数
			9剰一術	5累約	7剰一法	2-13累約術	2-9累約術	ax - by < c
				7重約				
	大衍求一術		10翦管術	11翦管	8互減得等数法	3-1剰一術（或盈一術）	3-1剰一術（或盈一術）	
	大衍求一術		10翦管術	11翦管		3-2歎一術（或朒一術）	3-2歎一術（或朒一術、剰一歎一術）	
	大衍総数術	翦管法	10翦管術	10翦管	別3翦管	3-3翦管術（或謂翦減術、又謂秦乗術）	3-3翦管術	

5　結論

『諸約伝』（戸板保佑、1777 年）で自約術（素因数分解）が発明
『算法諸約術』（斎藤元章、1805 年）で自約術がさらに発展
和算では、剰余方程式以外へも発展

本研究には、日本学術振興会科学研究費補助金・基盤研究（C）課題番号 16K01162、『グローバル的視点より見た１３世紀数学書群の和算への影響』（研究代表者：城地茂）の助成を受けた。