国立大学法人
大阪教育大学

グローバルセンター　城地　茂

東洋の約数と剰余方程式の概念
グローバル的視点より見た１３世紀数学書群の和算への影響

１．研究の目的

近年、生徒・児童の理系離れが問題になっており、技術立国・日本の基礎が揺るぎかねない状態である。そこで、こうした生徒・児童に自然科学（や形式科学）の歴史を伝えることによって、興味を喚起するのは、教員養成系大学が使命であろう。しかし、ギリシアを始めとする欧米の科学史では、神話のような世界であり、生徒・児童にとってはかけ離れすぎている。身近な科学史を伝えるべきである。

しかし、こうした民族的科学史は、往々にして、歪んだ形の民族主義と結びつきやすいことも事実である。

そこで、東洋数学における約数の観念を例に、違いの中にある同じ真理への探究の道筋を見てみたい。１３世紀の中国数学書群を通じて中国古代の観念が、日本へどのように伝わり「近世」科学へどのように影響を見たらしたのか考察してみたい。

2.研究方法

斎藤元章（1765－1812）の『算法諸約術』（1805 年）の再考
秦九韶（1202－1261）の『数書九章』（1247 年）からの変遷

時間（パラダイム・チェンジ）科学革命　時間軸　＜　1780 年代に変化？
空間（センター・シフト）　空間軸　＜　中国数学から和算へ
文明論（パラダイム・スキップ）　社会軸　＜　算盤数学期間が短期
の差異を考慮して各時代を考察。

3　中国の剰余方程式の概要

『孫子算経』（孫子、473 年頃）巻下「物不知其数」
（百五減（『塵劫記』）、翦管術（『楊輝算法』『括要算法』））

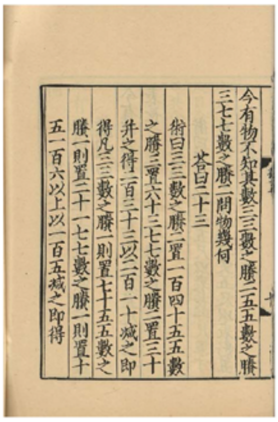
今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸
三七七數之賸二問物幾何
答曰二十三
術曰三三數之賸二置一百四十五五數
之賸三置六十三七七數之賸二置三十
幷之得二百三十三以二百一十減之即
得凡三三數之賸一則置七十五五數之
賸一則置二十一七七數之賸一則置十
五一百六以上以一百五減之即得

図１『孫子算経』復刻本（城地茂蔵）

図２『括要算法』翦管術（城地茂蔵）

今有物，不知其數。三三數之，賸二；五五數之，賸三；七七數之，賸二。問：物幾何？答曰：二十三。

術曰：三三數之，賸二，置一百四十；五五數之，賸三，置六十三；七七數之，賸二，置三十。并之，得二百三十三，以二百一十減之，即得。凡三三數之，賸一，則置七十；五五數之，賸一，則置二十一；七七數之，賸一，則置十五。一百六以上，以一百五 減之，即得。

物があるが、その数は分からない。3、3と数えてゆく（3で割る）と２余り、5、5と数えてゆくと３余り、7、7と数えてゆくと２余る。その数は幾らになるかを問う。

答に曰く：２３。

術に曰く。3で割る余りは２で、１４０（２×５×７×２）とする。５で割る余りは３で、６３（３×３×７）とする。７で割る余りは２で、３０（２×３×５）とする。これを足して２３３になる。２１０を引いて、答えが得られる。

およそ、3の余りは1につき７０（５×７×２）、5の余りは1につき１５（３×７）、7の余りは1につき１５（３×５）になる。１０６以上になったら、１０５を引き、答えが得られる。

目的：天文学（上元積年）の計算
上元の条件：干支（６０の剰余）、１１（旧暦）月１日が冬至（365.25 の剰余）、などから開闢の年を計算。

$$
\begin{aligned}
x &\equiv 2 \pmod 3\\
&\equiv 3 \pmod 5\\
&\equiv 2 \pmod 7
\end{aligned}
$$

$$x = 2\times5\times7\times2 + 3\times3\times7\times1 + 2\times3\times5\times1$$

$$2\times5\times7\times2 \equiv 2 \pmod 3 \equiv 0 \pmod 5 \equiv 0 \pmod 7$$

$$3\times3\times7\times1 \equiv 0 \pmod 3 \equiv 3 \pmod 5 \equiv 0 \pmod 7$$

$$2\times3\times5\times1 \equiv 0 \pmod 3 \equiv 0 \pmod 5 \equiv 2 \pmod 7$$

$$k_n\, m_n \equiv 1 \pmod{a_n} \qquad (m_n = \Pi a \,/\, a_n)$$

の計算が課題。

秦九韶が解明：『数書九章』（秦九韶、1247 年）「更相減損」法で計算　＜大衍求一術

$$35K_3 \equiv 1 \pmod 3$$

$$35 \div 3 = 11 \text{ 余り } 2$$

$$3 \div 2 = 1 \text{ 余り } 1$$

$$
\begin{aligned}
1 &= 3-2\times 1\\
2 &= 35-3\times 11\\
1 &= 3-(35-3\times 11)\times 1\\
&= 3\times 12 + 35\times(-1)
\end{aligned}
$$

$35\times(-1) \equiv 1 \pmod 3$　＜歎一術（或朒一術）

$$35\times(-1) + 35\times 3 \equiv 1 \pmod 3$$

$$35\times 2 \equiv 1 \pmod 3$$

k が求まるためには、
1　割る数が互いに素
2　最小公倍数が不変
↓
約数の研究

4　和算での発展

『数書九章』は関孝和以前に伝来せず？＜ただし、計算方式は同じ

表１　１３世紀以後の諸約術

書名	数書九章	楊輝算法	括要算法	大成算経	諸約伝	算法諸約術	算法諸約術	
著者	秦九韶	楊輝	関孝和	関孝和	戸板保佑	会田安明	斎藤元章	
著者			荒木村英、大高由昌	建部賢明、建部賢弘				
年	1247年	1275年	1709年編、1712年刊	1710年	1777年	1804年頃	1805年	
					1自約法	2-10自約術	2-10自約術	素因数分解
							2-11別自約術	
	復乗		1互約術	1互約	2互約法	1-1互約術	2-1互約術	互いに素
			2逐約術	2逐約	3逐約法	1-2逐約術	2-2逐約術	３数以上の互約
			3斉約術	3斉約	4斉約法	1-3斉約術	1-2斉約術	最小公倍数
			4遍約術	4遍約	5遍約法	1-4遍約術	1-1遍約術	等数で約す
						2-2斉分術	1-4斉分術	通分
			5増約術	8増約	別1増約	2-3増約術	2-3増約術	無限級数
			6損約術	9損約	別2損約	2-4損約術	2-4損約術	無限級数を引
						2-5益約術	2-5益約術	増約の初項
						2-6減約術	2-6減約術	損約の初項
				10添約		2-7添約術	2-7添約術	増約の公比
						2-8削約術	2-8削約術	損約の公比
			7零約術	6零約	9零約法	2-9零約術	2-9零約術	近似分数
			8遍通術		6遍通法	2-1遍通術	1-3遍通術	通分の分母計算
							2-12別約術	ピタゴラス数
						2-12脱約術	2-8脱約術	方程式の約数
			9剰一術	5累約	7剰一法	2-13累約術	2-9累約術	ax - by < c
				7重約				
	大衍求一術		10翦管術	11翦管	8互減得等数法	3-1剰一術（或盈一術）	3-1剰一術（或盈一術）	
	大衍求一術		10翦管術	11翦管		3-2歎一術（或朒一術）	3-2歎一術（或朒一術、剰一歎一術）	
	大衍総数術	翦管法	10翦管術	10翦管	別3翦管	3-3翦管術（或謂衆減術、又謂衆乗術）	3-3翦管術	

5　結論

『諸約伝』（戸板保佑、1777 年）で自約術（素因数分解）が発明
『算法諸約術』（斎藤元章、1805 年）で自約術がさらに発展
和算では、剰余方程式以外へも発展

本研究には、日本学術振興会科学研究費補助金・基盤研究（C）課題番号 16K01162、『グローバル的視点より見た１３世紀数学書群の和算への影響』（研究代表者：城地茂）の助成を受けた。