国立大学法人
大阪教育大学

教育協働学科　理数情報講座　数理情報コース　守本　晃

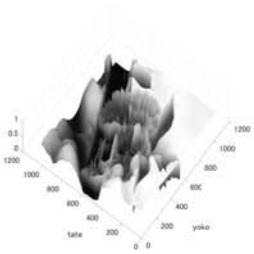
画像のエッジ抽出について

グレースケール化

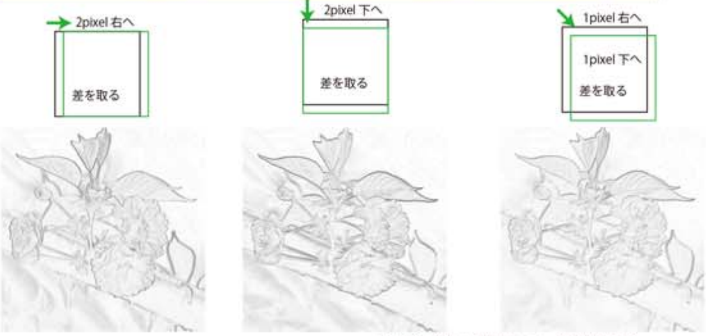
カラー画像は，光の３原色
R, G, B で構成されている．

グレースケール化（輝度 Y）
Y = 0.299R+0.587G+ 0.114B

左図を斜め上から見ると右図になる．
画像は平面メッシュ上の関数である．
メッシュをピクセルとよぶ．



エッジ（画像の輝度が急に変化する部分）



元画像を少し動かして，差を取ると，動かした方向と垂直なエッジを抽出する．左図が縦エッジ，中図が横エッジ，右図が斜めエッジに対応する．縦エッジの２乗と横エッジの２乗の和の平方根を描くと右図になる．ピントの合っていない左下部分はモヤモヤしている．ネガの絶対値の平方根を log スケールで描いた．

フーリエ変換・逆変換と平行移動・微分

画像 $f(x_1,x_2)$ に対して，フーリエ変換と逆変換を

$$\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)=\int_{\mathbb{R}^2} f(x_1,x_2)\,e^{-i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,dx_1dx_2$$

$$f(x,y)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2}\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

で定義する．このとき，平行移動と x_1 方向偏微分は

$$f(x_1-c_1,x_2-c_2)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2} e^{-i(c_1\xi_1+c_2\xi_2)}\,\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}f(x_1,x_2)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2} i\xi_1\,\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

である．

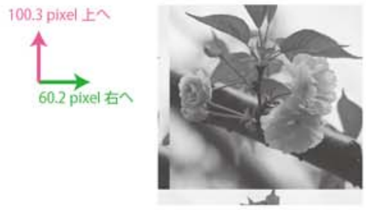
フーリエ変換で平行移動とエッジ抽出

実数 $x,\,y$ に対して，

$$e^{x+yi}=e^xe^{yi}=e^x(\cos y+i\sin y)$$

フーリエ変換
絶対値 log スケール　ネガ

周期的な平行移動になる．
移動単位は実数で良い．



下図は，フーリエ変換を使ったエッジ抽出である．周期的な平行移動なので，上辺と底辺，左辺と右辺の値が異なると，人為的なエッジが生まれるため，画像の端で大きい値になる．ネガの絶対値の平方根を log スケールで描いた．

$$1\text{ 階微分}=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2}\sqrt{\xi_1^2+\xi_2^2}\,\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

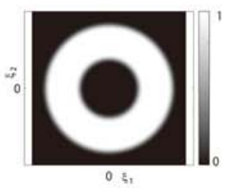
$$2\text{ 階微分}=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2}(\xi_1^2+\xi_2^2)\,\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

１階微分の絶対値の平方根
ネガ log スケール

２階微分の絶対値の平方根
ネガ　log スケール

$$\text{バンドパス}=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{\mathbb{R}^2} BP(\xi_1,\xi_2)\,\widehat{f}(\xi_1,\xi_2)\,e^{i(x_1\xi_1+x_2\xi_2)}\,d\xi_1d\xi_2$$

BP



バンドパスの絶対値の平方根，ネガ
log スケール

参考文献
R. Ashino, S. Kataoka, T.i Mandai, and A. Morimoto, Blind image source separations by wavelet analysis, Appl. Anal.,Vol. 91 (4), 617 - 644, 2012.

A. Morimoto, R. Ashino, T. Mandai, An Estimation of Rotation And Translation In Image Separation Problem, in the Proceedings of the 2018 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, Chengdu, China, 15-18 July, 113--118, 2018.